

# 数学で音楽を奏でよう！

徳島県立城ノ内中等教育学校 二宮 想

## 1. 研究の動機と目的

数学の研究をしてみようと思い、インターネットや本、数学の問題集を見ていると、音楽と数学の間に深い関係があることが分かった。そこで、私たちにとって身近な存在である音楽と数学の関係を実際に感じ、これまで数学が苦手だった人や、そもそも数学に関心のない人たちに数学が持つ力や魅力に触れてもらいたいと感じた。そこで、円周率のような数の羅列を音に変換して曲を作ってみることで数学の視点から音楽の秘密を探ってみようと考えた。

## 2. 用語解説

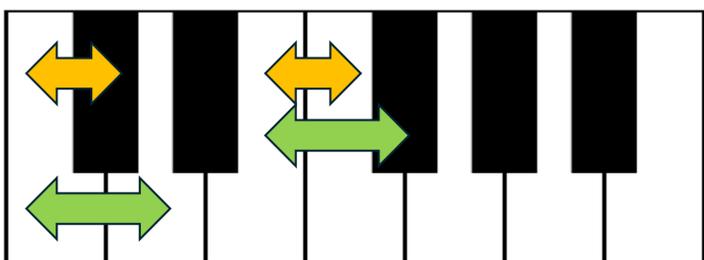
**調和平均**…逆数の平均の逆数。比例の平均を求めることに使われる。

(例) 20と30の平均  $(20 + 30) / 2 = 25$

調和平均  $(1/20 + 1/30) / 2 = 1/24$  の逆数24

**ピタゴラス音律**…音階の全ての音と音程を周波数3:2の純正な完全五度に基づいて導出する音律。

**完全五度**…基準の音に対して、全音、全音、半音、全音離れた間隔のこと。



(例) ドの音を基準にすると、

ド～ソまでの間隔

レの音を基準にすると、

レ～ラまでの間隔

↔ 半音

↔ 全音

## 3. 実験方法

弦をはじいて出した音について、その半分の長さの弦をはじくと1オクターブ上の音が出るということが知られている。つまり長さaの弦がドの高さを出したとすると、長さ $1/2 \cdot a$ の弦は高いドを出す。ピタゴラスは1と $1/2$ 調和平均が $2/3$ であることを用いて半音を含むド～シまでの12音を次のように定義した。

ドの音が出る弦の長さ  $a_1 = a$  として

$a_n \geq 3/4 \cdot a$  のとき  $a_{n+1} = 2/3 \cdot a_n$

$a_n < 3/4 \cdot a$  のとき  $a_{n+1} = 4/3 \cdot a_n$

長さ	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$	$a_9$	$a_{10}$	$a_{11}$	$a_{12}$
音	ド	ソ	レ	ラ	ミ	シ	ファ#	ド#	ソ#	レ#	ラ#	ファ

ここで円周率を4桁ごとに区切り、12進数に変換して表の大きさに当てはめていく。ただし、0は休符で表す。

## 4. 課題

作成した楽曲はただ音を並べただけのようで、おおよそ楽曲と呼べるものではなかった。そこで改善案として

- ・4桁で区切らず、1桁ごとに音に変換できるようにする
- ・現在の方法では12進数に変換すると、初めの桁が0～5しか現れない
- ・リズムが一定であるため「曲」という感じがしない

これらを踏まえて、1をドにし、半音を含まないド～高いレの9音を当てはめるという最もシンプルな方法で試してみた。

## 5. 考察と今後

数を音に変換し、音楽を作ることができることが分かった。また、円周率は無限に続くため、無限に続く楽曲を作ることができることが分かった。今後は黄金比の数やネイピア数など他の数も音楽に変換してみたい。

## 6. 参考文献

チャート式 数学II+B